Lógica

Unidad 1. La filosofía permite cuestionar rigurosamente la realidad y a nosotros mismos.

Módulo 2: Lógica proposicional.

Objetivos

- Desarrollar la capacidad de transcribir afirmaciones del lenguaje natural al lenguaje de la lógica proposicional utilizado en clases. Notando las diferencias con respecto al significado usual de las oraciones.
- Relacionar lo aprendido con la construcción organizada de argumentos orientados a justificar opiniones personales.

¿Qué es la lógica?

- La lógica es el estudio de los modos correctos de razonar o argumentar.
- Su objetivo es distinguir entre argumentos válidos e inválidos.
- Un argumento es correcto no por lo que afirma, sino por la forma en que está construido.

[1] ORACIÓN

Expresiones gramaticales para las que tiene sentido preguntarse si son verdaderas o falsas.

EJEMPLOS:

- Los hombres son mortales.
- Los futbolistas de la UC son fríos.
- Las mesas de la sala son azules.

No son oraciones:

- Joaquín, ¡no le lance goma a Florencia!
- Ignacio, ¡no se coma el almuerzo de Cristóbal!

[2] PROPOSICIÓN

- Significado de una oración (o conjunto de oraciones).
- Lo que queremos decir cuando enunciamos una oración o frase dada.

(1) Todos los hombres son mortales.

(2) All men are mortal.

(3) Todos os homens são mortais.

(A) Sofía es un niña.

(B) Sofía is a girl.

(C) Sofía é uma menina.

(1), (2) y (3) son la misma proposición. Lo mismo sucede con (A), (B) y (C)

[3] LENGUAJE IT

Contiene símbolos:

- Letras proposicionales: **P, Q, R, S, T, U**
- Conectivos lógicos: **¬, ∧ , ∨ , → , ↔**
- Paréntesis: (,), [,].

*TODA LETRA PROPOSICIONAL REPRESENTA UNA ORACIÓN.

*Si U es una oración, ¬U también lo es.

*SI P y Q son dos oraciones, entonces (P ∨ Q), (P ∧ Q), (P → Q) (P↔Q) también lo son.

[X] Advertencia

- El lenguaje que utilizaremos en el curso es bastante limitado. En consecuencia, dejaremos fuera de análisis una serie de casos muy relevantes para el conocimiento de la lógica. Estos “casos” pueden conducir a dificultades de interpretación en el primer acercamiento a la lógica.
- El *LENGUAJE IT* está pensado para introducir algunos conceptos fundamentales de la lógica proposicional y no es una exposición detallada de esta.
- Desde luego, no es el único lenguaje proposicional concebible y, como se habrá advertido, tampoco es el *mejor*.

[3.1] FÓRMULA

Una expresión bien formada construida a partir de letras proposicionales y/o conectivos. (Un conectivo aislado no es una fórmula).

- **P**
- **¬Q**
- **P ↔ Q**
- **P ∨ ¬Q**
- **(P ∧ Q) ↔ ¬(P∨Q)**

[3.2] LETRAS PROPOSICIONALES

- Representan oraciones elementales: *“Llueve”*, *“Joaquín es hincha de la Universidad de Chile”*, *“La sandalia es de color rosado”*.

[3.3]NEGACIÓN: “¬”

Contradicción: que ambas sean verdaderas es imposible.

- La oración **¬Q** es la *negación* de **Q.**
- **“¬Q” se lee *“no Q”*, lo que viene a significar “no es cierto que Q”.**

Por ejemplo:

¬ Q: Cristina **no** quiere a Osvaldo.

Q: Cristina quiere a Osvaldo.

[3.4] CONJUNCIÓN “∧”

Corresponde a “y”, cuya función es unir oraciones.

P ∧ Q: SOLO ES VERDADERA CUANDO AMBAS ORACIONES LO SON.

EJ:

- **Está lloviendo y no llevo paraguas.**

(P ∧ ¬Q)

- **Sufrí un accidente de auto y salí ileso.**

(P ∧ Q)

[3.5] DISYUNCIÓN “V”

Es verdad que … o … / Es verdad que … y/o …

Habitualmente la disyunción tiene sentido excluyente: **o es una o es otra**. PERO, en lógica, la disyunción refiere simplemente a que una de las oraciones de la fórmula es verdadera.

ES VERDADERA CUANDO AL MENOS UNA DE LAS ORACIONES ES VERDADERA, puesto que **significa y/o.**

EJ:

• Universidad de Chile ganará el campeonato o lloraré.

(P ∨ Q)

• Hoy veremos el sol o veremos la luna.

(P ∨ Q)

• Hoy viviré o no viviré.

(P ∨ ¬P)

• No llueve o voy al concierto.

(¬P ∨ Q)

[3.6] CONDICIONAL o conectivo de implicación “→”

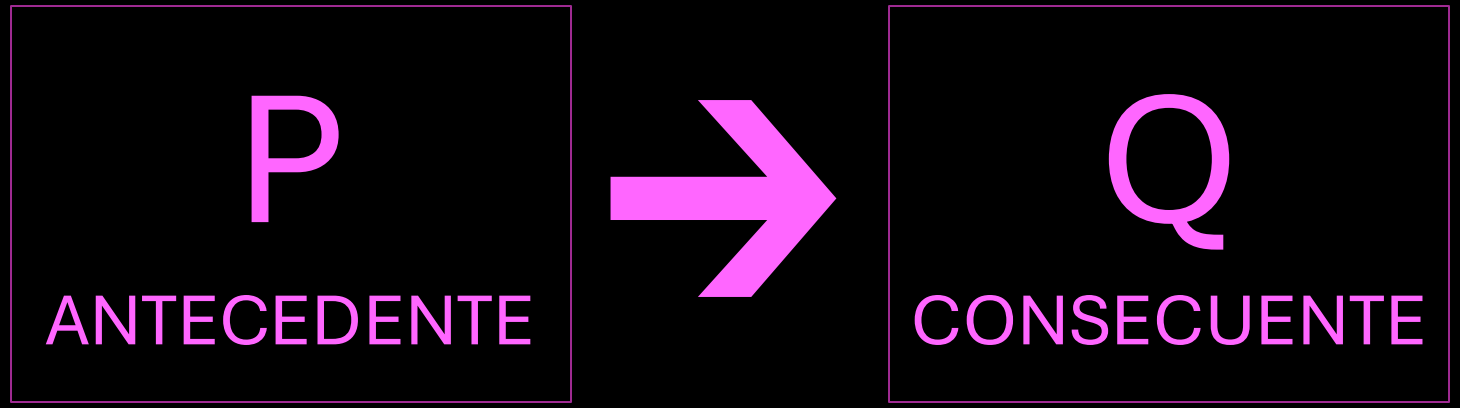
“Si … entonces …”

Si se cumple P, entonces debe cumplirse Q

Será falsa solo cuando el antecedente sea verdadero y el consecuente falso, es decir, cuando se cumple *P* y no se cumple *Q*.

[3.6.1] Partes de una proposición condicional.

- La oración que aparece antes del condicional (→) será llamada ANTECEDENTE
- La que aparece después de "→" será llamada CONSECUENTE.



- Si veo a tu mamá, le pregunto por ti.

P → Q

- Aprobarás si estudias.

P → Q

- Si no me caigo, no me lesionaré.

¬P → ¬Q

- Si no llueve, iré al concierto

¬P → Q

¿Cuál es el antecedente y el consecuente en la expresión de abajo?

[R → (P → Q)]

¿Cómo formularían la expresión de abajo?

Si deben participar más de dos personas, pero no más de seis, entonces ya tenemos una cantidad adecuada de participantes:

(P ∧¬Q) → R

[3.7] BICONDICIONAL “↔”

“Si y solo si / Si y solamente si”

- Nótese que a diferencia del condicional, acá se trata de una implicación que concierne a ambos lados de la relación. En consecuencia: **CUANDO UNA DE LAS DOS ORACIONES TIENE UN VALOR DE VERDAD DIFERENTE A LA OTRA, ENTONCES LA FÓRMULA ES FALSA.**

(P↔Q)

EJEMPLOS:

- José va al colegio en la mañana si y solamente si su padre lo lleva.

P↔Q

- Iré al concierto de Gorillaz si y solo si no llevan a Trueno como artista invitado.

P↔¬Q

- No aprobaré filosofía si y solo si no soy capaz de entender lógica proposicional.

¬P↔¬Q

[X] Lectura de fórmulas

- **Supongamos que P: Llueve Q: Truena.**

¬P: No llueve.

P ∧ Q: Llueve y truena.

Q ∨ P: Truena o Llueve.

P → Q: Llueve, por lo tanto truena.

Q ↔ P: Hoy truena si y solamente llueve.

[4] SEMÁNTICA para *LENGUAJE IT*

La interpretación o significado de una oración de nuestro *lenguaje IT* es su *valor de verdad*, es decir, si es verdadera o falsa.

- **Solo hay dos valores de verdad posibles:**

➢**VERDADERO**

➢**FALSO**

[4.1] Valuación

Una valuación consiste en asignar a cada letra proposicional un *valor de verdad*. Simbolizaremos éstos con las letras **V**, por **verdadero** y **F**, por **falso**.

[4.2] VALOR DE VERDAD

- El valor de verdad de una fórmula está determinado por el valor de verdad de las letras proposicionales que la componen.
- Si conocemos la valuación de las letras de una fórmula podremos determinar su valor de verdad.
- Para una fórmula con *n* letras proposicionales habrá 2^n valuaciones posibles.

EJ: La fórmula P → **Q tiene 2^2= 4 valuaciones posibles**

[4.3] TABLAS DE VERDAD

- La determinación de valores de verdad para fórmulas complejas a partir de las distintas valuaciones se organiza a través de las llamadas tablas de verdad.

P	¬P
V	F
F	V

- Una tabla de verdad contiene todas las valuaciones posibles para una fórmula.
- Cada conectivo lógico tiene su propia tabla con valuaciones. Estas son útiles para resolver fórmulas más extensas.

Conjunción

P	Q	P ∧ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Solamente es verdadera cuando ambas letras tienen un valor verdadero.

Disyunción

P	Q	P ∨ Q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Solo es falsa cuando ambas letras son falsas.

Implicación

P	Q	P → Q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Solamente es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

Bicondicional

P	Q	P ↔ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- Es verdadera cuando ambas letras tienen igual valor de verdad.
- Es falsa cuando estas tienen valuaciones diversas.